

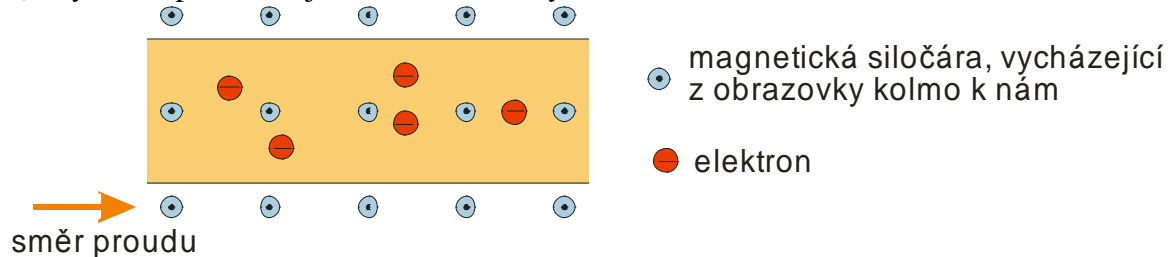
4.5.6 Částice s nábojem v magnetickém poli

Předpoklady: 4503, 4505

- Když drátem neprochází proud, magnetická síla na něj nepůsobí.
 - Jediné, čím se drát s protékajícím proudem liší od drátu bez protékajícího proudu, je uspořádaný pohyb elektronů.
- ⇒ Magnetická síla působící na drát musí být důsledkem působení magnetického pole na pohybující se elektrony (elektrony pak působí na krystalovou mřížku drátu a drát se pohne).

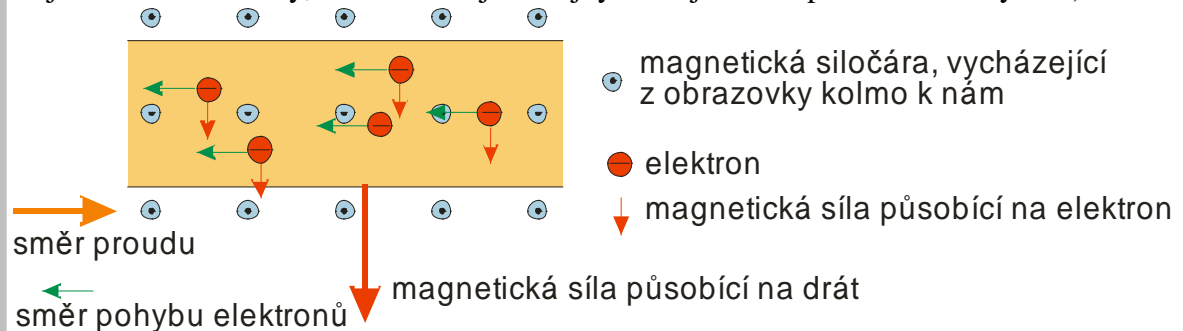
Př. 1: Na následující obrázku je nakreslen drát, který se nachází v magnetickém poli s vyznačenými siločárami. Drátem prochází vyznačeným směrem elektrický proud. Do obrázku vyznač:

- směr, kterým vodičem prochází elektrony,
- sílu, kterou magnetické pole působí na drát,
- síly, která působí na jednotlivé elektrony.



Elektrony se pohybují proti směru proudu.

Směr magnetické síly působící na drát určíme pomocí pravidla levé ruky (síla, která působí na jednotlivé elektrony, musí mít zřejmě stejný směr jako síla působící na celý drát).



Zkusíme najít vzorec pro velikost síly, kterou působí magnetické pole na jeden elektron.

Síla působící na drát (F_d) = součet sil působících na jednotlivé elektrony: $F_d = \text{součet } F_e$.

$$F_d = B \cdot I \cdot l \quad \text{dosadíme } I = \frac{Q}{t} = \frac{e \cdot n}{t} \quad (n - \text{počet elektronů, } e - \text{jednotkový náboj}).$$

$$F_d = B \cdot \frac{e \cdot n}{t} \cdot l \quad \text{Trochu přeházíme pořadí členů ve výrazu, síla začne působit, když se začnou}$$

elektrony pohybovat ⇒ zřejmě závisí na jejich rychlosti ⇒ zkusíme ve vztahu rychlost vytvořit.

$$F_d = n \cdot e \cdot \frac{l}{t} \cdot B \quad (\text{výraz } \frac{l}{t} = v, \text{ přesně to, co jsme potřebovali})$$

$$F_d = n \cdot e \cdot v \cdot B \quad - \text{ síla na celý drát, tedy na } n \text{ elektronů} \Rightarrow \text{ síla působící na jednotlivé elektrony}$$

$$F = e \cdot v \cdot B$$

- Vztah udává pouze velikost síly ne její směr, navíc pouze v případě, že směr pohybu je kolmý na magnetické siločáry (pokud směr pohybu není kolmý, musíme podobně jakou vodiče použít vzorec $F = e \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$).
- Platí pro všechny nabitě částice.
- Všechny příklady působení magnetické síly, které jsme viděli, jsou důsledkem tohoto působení magnetického pole na jednotlivé částice látky.

Jak zjistit směr síly?

Dvě možnosti:

- Stejně jako v našem případě použijeme Flemingovo pravidlo levé ruky \Rightarrow získáme směr síly pro kladné částice (směr proudu souhlasí se směrem kladných částic), směr síly pro záporné částice je opačný.
- Použijeme vzorec, který bere v úvahu, že síla, rychlost i magnetická indukce jsou vektory: $\vec{F} = e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ (magnetická síla je tedy vektorový součin rychlosti a magnetické indukce) \Rightarrow vektory \vec{v} , \vec{B} , \vec{F} tvoří pro kladné náboje pravotočivou bázi (hodnota náboje se musí dosazovat včetně znaménka)

\Rightarrow **Zajímavý důsledek:** magnetická síla je vždy kolmá na směr pohybu (posunutí) \Rightarrow nemůže konat práci (může částici zatočit, ale nemůže ji urychlit).

Na nabitě částice pohybující se v magnetické poli působí síla $\vec{F} = e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ o velikosti $F = e \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$ a směru daném Flemingovým pravidlem levé ruky (α je úhel, který svírá směr pohybu s magnetickými indukčními čarami).

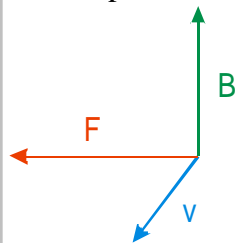
Pokud se částice pohybuje v elektrické i magnetickém poli najednou, působí na ni součet elektrostatické a magnetické síly = **Lorentzova síla** $F_L = F_e + F_m$, vektorově

$$\vec{F} = e \cdot \vec{E} + e \cdot \vec{v} \times \vec{B} = e \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Př. 2: Proton vyletí z tabule kolmo směrem k zadní stěně třídy. Na jakou stranu se bude z pohledu studentů stáčet působením magnetické síly, pokud je ve třídě homogenní magnetické pole, jehož siločáry směřují od podlahy kolmo vzhůru? Jakým směrem by proton musel letět, aby na něj magnetická síla nepůsobila?

Proton má kladný náboj \Rightarrow platí pro něj Flemingovo pravidlo levé ruky \Rightarrow bude se z pohledu studentů stáčet doleva (z pohledu protonu doprava).

Stejný výsledek získáme, když zkusíme k vektorům \vec{v} , \vec{B} přidat vektor \vec{F} tak, aby vznikla pravotočivá báze.



Pokud nechceme, aby na proton působila magnetická síla, musí letět rovnoběžně s indukčními čarami magnetického pole, tedy zdola kolmo nahoru nebo seshora kolmo dolů.

Využití magnetické síly: Vychylování proudu elektronů (zobrazovací zařízení, nejčastěji klasické CRT obrazovky), stáčení proudu nabitých částic v urychlovačích (při pokusech nebo při výrobě radioaktivních materiálů).

Nabitá částice vletí vodorovně do svislého magnetického pole \Rightarrow magnetická síla bude stáčet její

trajektorii tak, že se částice bude pohybovat po kružnici
Jaký je poloměr kružnice?

$$F_m = F_d \quad (\text{magnetická síla hraje roli síly dostředivé} \Rightarrow \text{dosadíme: } F_m = e \cdot v \cdot B, \quad F_d = m \cdot \frac{v^2}{r})$$

$$e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\text{Poloměr trajektorie částice: } r = \frac{m \cdot v}{B \cdot e} .$$

Model urychlovače: <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=33.0>.

Př. 3: Největší urychlovač na světě LHC (Large Hadron Collider) umístěný v Cernu ve Švýcarsku, je zabudován do kruhového tunelu o obvodu 27 km. Urychlované částice stáčí supravodivé magnety o magnetické indukci 8 T. Urči rychlost, na kterou může tento urychlovač urychlit proton.

Vyjdeme z předchozího odvození.

$$F_m = F_d \quad (\text{magnetická síla hraje roli síly dostředivé} \Rightarrow \text{dosadíme: } F_m = e \cdot v \cdot B,)$$

$$F_d = m \cdot \frac{v^2}{r})$$

$$e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\text{Rychlost částice: } v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m} .$$

$$\text{Určíme poloměr urychlovače: } 0 = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow r = \frac{o}{2 \cdot \pi} = \frac{27000}{2 \cdot \pi} \text{ m} = 4300 \text{ m} .$$

$$\text{Dosadíme: } e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad B = 8 \text{ T} .$$

$$v = \frac{B \cdot e \cdot r}{m} = \frac{8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4300}{1,67 \cdot 10^{-27}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3,3 \cdot 10^{12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Urychlovač může urychlit proton na rychlost } 3,3 \cdot 10^{12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} .$$

Přestože jsme v postupu neudělali nikde chybu a dodrželi jsme všechny zákony klasické fyziky, výsledek předchozího příkladu je **evidentní nesmysl**.

Nic se nemůže pohybovat rychleji než světlo ve vakuu ($3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), ani proton v urychlovači LHC.

Pedagogická poznámka: Žáci sami od sebe většinou na výsledku nevidí nic divného. Když je upozorním, vždycky se najde někdo, kdo problém najde.

Kde je chyba?

Zákaz rychlostí vyšších než rychlost světla do fyziky přinesla teorie relativity (probírat ji budeme v příštím roce). Předpovídá spoustu zajímavých a překvapivých efektů, které se projevují až při rychlostech blízkých rychlosti světla. Pro náš příklad je důležité, že s rychlostí se zvětšuje hmotnost předmětů. Při urychlování roste i hmotnost protonu a udržet ho na kruhové dráze vyžaduje větší sílu. Proton pak nejde urychlit na takovou rychlost, jakou jsme spočítali podle klasické fyziky.

Př. 4: Urychlovač LHC z předchozího příklad dokáže urychlit proton na rychlost $299792456,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Urči, kolikrát se zvětšila jeho hmotnost.

Můžeme použít odvozený vztah z minulého příkladu.

$$F_m = F_d \quad (\text{magnetická síla hraje roli síly dostředivé}), \text{ dosadíme: } F_m = e \cdot v \cdot B,)$$

$$F_d = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Rychlost částice: $m = \frac{B \cdot e \cdot r}{v}$ dosadíme $m = n \cdot m_p$.

$$n \cdot m_p = \frac{B \cdot e \cdot r}{v}$$

$n = \frac{B \cdot e \cdot r}{v \cdot m_p}$, protože rychlost protonu se jen velmi málo liší od rychlosti světla, musíme

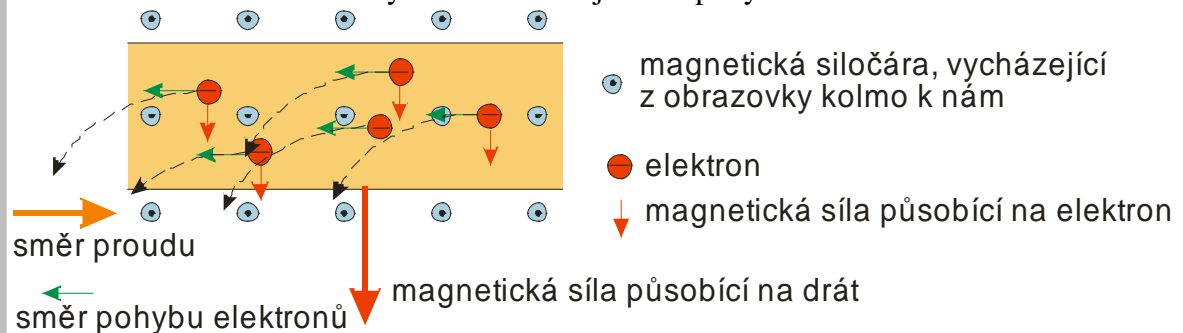
dosadit přesné hodnoty ostatních konstant.

$$n = \frac{B \cdot e \cdot r}{v \cdot m_p} = \frac{8 \cdot 1,602176462 \cdot 10^{-19} \cdot 4300}{299792456,8 \cdot 1,67262158^{-27}} = 10991$$

Hmotnost protonu se při urychlování v urychlovači LHC zvětší 11 000 krát.

Př. 5: (BONUS) Vysvětli, jak je možné, že magnetická síla působící na částici sice nekoná nikdy práci, ale síla, kterou působí magnetické pole na drát, s drátem pohybuje a práci určitě koná (například při zvednutí drátu nebo otočení závitů). Odkud se bere energie, kterou je v takových případech potřeba vynaložit?

Do obrázku vodiče s elektrony dokreslíme trajektorii pohybu elektronů ve vodiči.



Teď už je vše jasné. Elektrony získají rychlost díky elektrickému poli, které způsobuje průchod elektrického proudu. Elektrické pole jim dodá energii, magnetické pole pouze změnil směr jejich rychlosti.

Shrnutí: Magnetické pole působí na každou nabitou pohybující se částici. Tato magnetická síla je kolmá ke směru pohybu i indukčním čarám magnetického pole.